

DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA
ASIGNATURA DE CALCULO
INTEGRAL**

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	3
OBJETIVOS	4
OBJETIVO GENERAL.....	4
OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	4
REGLAMENTO PARA LABORATORIOS DE COMPUTO	5
NORMAS GENERALES DE SEGURIDAD	6
PRACTICA 1 “TEOREMA DEL VALOR MEDIO”	8
PRACTICA 2 “APLICACIONES DE LA INTEGRAL”	13
PRACTICA 3 “SERIE NUMERICA Y CONVERGENCIA”	18

INTRODUCCIÓN

El presente manual es la recopilación de las prácticas correspondientes a la asignatura de Calculo Integral, dichas prácticas están diseñadas para permitir que los estudiantes desarrollen sus habilidades y adquieran conocimientos. Es importante mencionar que la asignatura de Calculo Integral permite a los estudiantes de Ingeniería Industrial desarrollar la capacidad plantear y resolver problemas utilizando las definiciones de límite y derivada de funciones de una variable para la elaboración de modelos matemáticos aplicados.

Es por ello por lo que, se plantean prácticas estructuradas y organizadas acerca de los diversos temas que abarca dicha asignatura, tales como, Cálculo de integrales definidas básicas, serie numérica y convergencia. Criterio de la razón. Criterio de la raíz. criterio de la integral, entre muchos otros temas que contribuyen fuertemente a la formación del Ingeniero Industrial.

Se pretende que las prácticas recopiladas en el presente documento sean útiles para que los estudiantes de Ingeniería Industrial apliquen sus conocimientos previos en una situación planteada y bajo los requerimientos solicitados, es decir, el desarrollo de las prácticas es una forma de acercar a los estudiantes a un ambiente laboral, con situaciones que se presentan en muchas empresas y lo que se espera es que sean capaces de analizar la información proporcionada, plantear soluciones y desarrollar los métodos o técnicas que mejor se amolden al planteamiento de la práctica, según el tema que se esté abarcando. Por ello, es de suma importancia, contar con las herramientas tecnológicas y habilidades prácticas en los laboratorios pertinentes donde se desarrollan.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Llevar a cabo las prácticas correspondientes a la asignatura de Calculo Integral para que el estudiante de Ingeniería Industrial desarrolle las competencias específicas y aplique el conocimiento teórico aprendido en el Tecnológico de Estudios Superiores de Chalco.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Calcular áreas aproximadas de funciones simples.
- Calcular sumas de Riemann utilizando TIC's.
- Aplicar el teorema del valor intermedio y el teorema fundamental del cálculo para evaluar integrales definidas.
- Resolver integrales que no pueden resolverse de forma directa (trigonométricas, algebraicas, exponenciales, logarítmicas, etc.).
- Calcular áreas bajo la curva de funciones discontinuas utilizando la integral impropia.

REGLAMENTO PARA LABORATORIOS DE COMPUTO

REGLAMENTO DE ALUMNOS Y ALUMNAS PARA LOS LABORATORIOS DE COMPUTO EN EL TESCHA

Dentro de los diferentes Planes de Estudio que ofrece la institución, es necesario el uso de laboratorios de computo, los cuales tanto Maestros como Estudiantes tenemos el deber de mantener en condiciones optimas de operación. Para esto, se establece el siguiente REGLAMENTO que deberá ser observado con carácter obligatorio. Además, es importante que el profesor y profesora verifique y constate las condiciones en las cuales recibe el laboratorio; levantando un reporte en caso de identificar alguna anomalía, dicho reporte deberá ser entregado al Jefe de División y al encargado en turno de las instalaciones.

Puntos Especificos

1. No fumar ni introducir ningún tipo de alimento, bebida o golosina (agua, chicles, paleta, etc.).
2. El profesor o la profesora deberán establecer en cada práctica, un listado donde le sea posible identificar "nombre del alumno con el Numero de equipo asignado".
3. En caso de que algún alumno o alumna provoque daño al equipo, el profesor se encargará de dar seguimiento hasta que se cubra lo antes posible, los costos generados de la reparación.
Aplica también dicha responsabilidad en cualquier daño a las instalaciones en general.
4. No utilizar el equipo para programas de juego, chat o de entretenimiento.
5. Prohibido instalar software diferente a los autorizados por la institución.
6. El profesor o la profesora deberán analizar cualquier dispositivo externo (dispositivo USB, tarjetas de memoria, HD externo, etc.) antes de conectarlo al equipo. Lo anterior para evitar la infección de virus informático.
7. Queda prohibido el acceso al laboratorio de alumnos y alumnas, sin ir acompañados por el profesor de la materia.
8. Queda estrictamente prohibido desconectar cables RJ45 (cables de red) tanto del enlace de internet como al equipo de cómputo.
9. No abrir paginas de ocio las cuales están prohibidas (Facebook, YouTube, mega, Netflix, entre otras).
10. Dirigirse a centro de cómputo cuando solicite internet, así mismo avisar cuando ya no lo necesite.

Antes y durante la práctica, es responsabilidad del alumno y alumna:

1. Revisar el equipo antes de iniciar la sesión e informar a su docente en caso de notar a algún desperfecto o falta de equipo (mouse, teclado, cable, etc.).
2. Revisar el equipo después de iniciar la sesión e informar cualquier irregularidad que note; específicamente en el software instalado en el equipo.
3. Cualquier alteración a los parámetros de configuración del equipo (BIOS o sistema operativo) deberá ser autorizado y regulado por el profesor o la profesora correspondiente. Al final de la práctica, será obligatorio, mantener la configuración original.
4. Al término de la práctica, cierre todas las aplicaciones y apagar el equipo, dejando listo el equipo para que sea utilizado en la práctica siguiente.
5. Guardar información o los resultados de la practica en medios extraíbles (discos, cd, USB, etc.).
6. Al término de la práctica, se procederá al acomodo de sillas, mesas y equipo de manera adecuada.
7. Al termino de la práctica, no olvidar objetos personales en el laboratorio.
8. Desocupar el laboratorio 10 o 5 minutos antes de concluir su clase.

Nota: El incumplimiento de este reglamento está sujeto a sanciones tanto administrativas como académicas.



NORMAS GENERALES DE SEGURIDAD.

- Lea este manual por completo para un óptimo desempeño.
- Coloque el equipo en una zona libre de humedad.
- Verifique que la iluminación del salón o edificio sea la adecuada.
- No raye, pinte o maltrate la superficie de la mesa.
- No esté jugando con el interruptor de alimentación.
- Evite estar jugando con el equipo de cómputo.
- Use adecuadamente cada uno de los accesorios.
- Verifique que la alimentación eléctrica esté debidamente controlada.
- No tome o coma alimentos sobre las estaciones.
- Apague adecuadamente el equipo de cómputo.
- No raye, pinte o maltrate los monitores.
- No esté jugando ni golpeando el soporte del teclado/mouse.
- No desconecte el equipo mientras se encuentre funcionando.
- No doble excesivamente los cables de alimentación y extensiones
- Si no va a utilizar el equipo durante un periodo largo, por ejemplo, en vacaciones, desconecte el cable de alimentación.

DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA
ASIGNATURA CALCULO INTEGRAL**

PRESENTACIÓN DE PRÁCTICAS DE TALLER O LABORATORIO

	INGENIERÍA INDUSTRIAL PRÁCTICA No. 1	
---	---	---

DATOS GENERALES	
ASIGNATURA (1) CALCULO INTEGRAL	
TÍTULO DE LA PRÁCTICA (2) PRACTICA 1 “TEOREMA DEL VALOR MEDIO”	
DOCENTE (3) ING. BARRERA RAMIREZ JUAN CARLOS	
ESTUDIANTE(S) (4)	FECHA (5)

OBJETIVO DE LA PRÁCTICA (6) Utilizar el teorema del valor medio para su aplicación en un problema de la vida diaria.	
COMPETENCIA(S) ESPECÍFICA(S)(7) Comprende los dos teoremas fundamentales del cálculo para establecer la relación entre cálculo Integral y cálculo integral. Aplica los teoremas y las propiedades de la integral para evaluar integrales definidas.	COMPETENCIA(S) GENÉRICA(S)(8) Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.

REQUERIMIENTOS
FÓRMULAS/TÉCNICAS/PROCESOS/PROCEDIMIENTOS (9) <p>El teorema dice que dada cualquier función f continua en el intervalo $[a, b]$ y derivable en el intervalo abierto (a, b), entonces existe al menos algún punto c en el intervalo (a, b) tal que la tangente a la curva en c es paralela a la recta secante que une los puntos $(b, f(b))$ y $(a, f(a))$. Es decir:</p> $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

Calcula el punto c que satisface el teorema del valor medio para la siguiente función en el intervalo $[0,1]$:

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

RECURSOS MATERIALES (10)

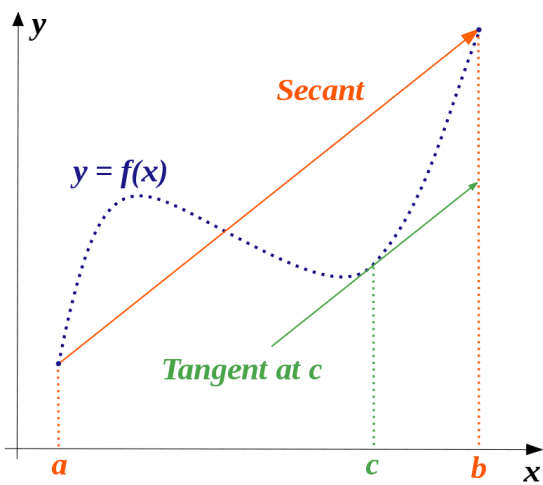
Hoja de papel
Lápiz
Hoja de papel milimétrico

RECURSOS TÉCNICOS/TECNOLÓGICOS (11)

CALCULADORA
COMPUTADORA
Software Geogebra.

MARCO TEÓRICO (12)

Figura que muestra el concepto del teorema.



El teorema del valor medio de Lagrange, también denominado teorema de Bonnet-Lagrange, teorema de los incrementos finitos, teoría del punto medio, o simplemente **teorema del valor medio** establece que si una función es continua en un intervalo $[a, b]$, y derivable en su interior (a, b) , entonces existe al menos un valor $c \in (a, b)$ tal que:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Como puedes observar, $f'(c)$ es la pendiente de la recta tangente a la función en el punto c , y $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ es la pendiente de la recta secante a la función, que une a y b .

Una **interpretación física** del teorema podría ser la siguiente:

"Si un tren viaja desde Querétaro a Toluca a una velocidad media de 250 km/h, entonces al menos en un punto la velocidad instantánea del tren debe ser de 250 km/h."

Traduciendo a un lenguaje más matemático, la velocidad media (en módulo) correspondería a la tasa de variación media $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$, y la velocidad instantánea en el punto considerado correspondería con la tasa de variación instantánea, es decir, con $f'(c)$.

Determinar la velocidad media para este ejercicio y representarlo gráficamente.

DESARROLLO (13)

RESULTADOS (14)

CONCLUSIONES (15)

--

FUENTE(S) DE INFORMACIÓN (16)

<https://www.fisicalab.com/apartado/teorema-valor-medio>
Biblioteca virtual TecNM.
Calculo I, Ron Larson, Mc Graw Hill, octava edición.

<p>NOMBRE Y FIRMA DEL DOCENTE (17) Ing. Barrera Ramírez Juan Carlos.</p>	<p>EVALUACIÓN (18)</p>
--	------------------------

DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA
ASIGNATURA CALCULO INTEGRAL**

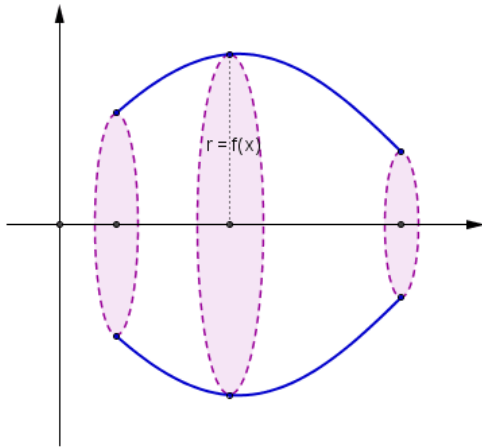
PRESENTACIÓN DE PRÁCTICAS DE TALLER O LABORATORIO

	INGENIERÍA INDUSTRIAL PRÁCTICA No. 2	
---	---	---

DATOS GENERALES	
ASIGNATURA (1) CALCULO INTEGRAL	
TÍTULO DE LA PRÁCTICA (2) PRACTICA 2 “APLICACIONES DE LA INTEGRAL”	
DOCENTE (3) ING BARRERA RAMIREZ JUAN CARLOS	
ESTUDIANTE(S) (4)	FECHA (5)

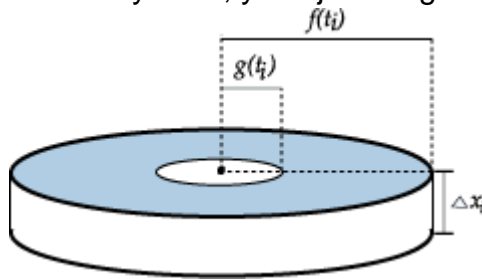
OBJETIVO DE LA PRÁCTICA (6) DETERMINAR EL VOLUMEN DE UN SOLIDO DE REVOLUCION.	
COMPETENCIA(S) ESPECÍFICA(S)(7) Utiliza las definiciones de integral y las técnicas de integración para la solución de problemas geométricos y aplicados en la ingeniería.	COMPETENCIA(S) GENÉRICA(S)(8) Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y Actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.

REQUERIMIENTOS
FÓRMULAS/TÉCNICAS/PROCESOS/PROCEDIMIENTOS (9) Es de suma importancia tener en cuenta el corolario del Teorema Fundamental del Cálculo que dice: <i>Si f es continua en todo $[a,b]$ y $f = g'$ para alguna función g, entonces $\int_a^b f = g(b) - g(a)$</i>



- La fórmula para calcular el volumen del sólido de revolución al rotar una función definida en el intervalo $[a,b]$, alrededor del eje de las x es $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$.

Determine el volumen del sólido de revolución que se genera al hacer girar la región entre la curva $y = \sqrt{x}$, y el eje x se gira alrededor del eje x



RECURSOS MATERIALES (1)

CARTON
ACRILICO
TROZO DE MADERA
TIJERAS
RESISTOL

RECURSOS TÉCNICOS/TECNOLÓGICOS (11)

CALCULADORA
COMPUTADORA
GEOGEBRA
MOTOR PEQUEÑO
PILA

MARCO TEÓRICO (12)

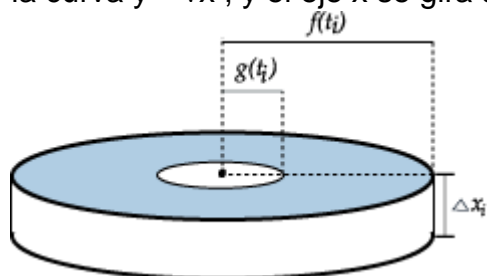
VOLUMENES DE SÓLIDOS DE REVOLUCION Los sólidos de revolución son sólidos que se generan al girar una región plana alrededor de un eje. Por ejemplo: el cono es un sólido que resulta al girar un triángulo recto alrededor de uno de sus catetos, el cilindro surge al

girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. Calculo de volúmenes Método del disco. Si giramos una región del plano alrededor de un eje obtenemos un sólido de revolución. El volumen de este disco de radio R y de anchura w es: Volumen del disco = $R^2 w 2\pi$ Para ver cómo usar el volumen del disco y para calcular el volumen de un sólido de revolución general, se hacen n particiones en la grafica. Estas divisiones determinan en el sólido n discos cuya suma se aproxima al volumen del mismo. Teniendo en cuenta que el volumen de un disco es , la suma de Riemann asociada a la partición, y que da un volumen aproximado del sólido es: $R^2 w 2\pi \sum_{i=1}^n f(x_i)^2 \Delta x_i \rightarrow \int_a^b 2\pi f(x)^2 dx$ Fórmula del volumen por discos Por tanto, recordando la definición de integral definida de Riemann se obtiene que: $\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i$ si se toma el eje de revolución verticalmente, se obtiene una fórmula similar: $\int_c^d f(y) dy = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(y_i) \Delta y_i$ Antes de comenzar a esbozar diversos ejemplos de estos métodos, estableceremos algunas pautas que les ayudarán a resolver problemas sobre sólidos de revolución.

COMO HALLAR VOLUMENES POR EL MÉTODO DEL DISCO (O ARANDELA)

1. Dibujar la región y trazar sobre esta un segmento que sea PERPENDICULAR al eje de rotación. La región al hacerla girar alrededor del eje de rotación generará una sección transversal típica en forma de disco o arandela dependiendo el caso.
2. Hallar: para el caso del disco el radio principal y para el caso de la arandela los radios interno y externo.
3. Establecer los límites de integración.
4. Por último integrar para hallar el volumen deseado.

Determine el volumen del solido de revolución que se genera al hacer girar la región entre la curva $y = \sqrt{x}$, y el eje x se gira alrededor del eje x



DESARROLLO (13)

RESULTADOS (14)

CONCLUSIONES (15)

FUENTE(S) DE INFORMACIÓN (16)

<https://leidyholguin.files.wordpress.com/2010/09/solidosderevolucion.pdf>
Biblioteca virtual TecNM.

Calculo I, Ron Larson, Mc Graw Hill, octava edición.

NOMBRE Y FIRMA DEL DOCENTE (17)

Ing. Barrera Ramírez Juan Carlos.

EVALUACIÓN (18)

DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA
ASIGNATURA CALCULO INTEGRAL**

PRESENTACIÓN DE PRÁCTICAS DE TALLER O LABORATORIO



DATOS GENERALES

ASIGNATURA (1) CALCULO INTEGRAL

TITULO DE LA PRACTICA (2)
PRACTICA 3 “SERIE NUMERICA Y CONVERGENCIA”

DOCENTE (3) ING. BARRERA RAMIREZ JUAN CARLOS

ESTUDIANTE(S) (4)

FECHA (5)

OBJETIVO DE LA PRÁCTICA (6)

DETERMINAR SI LA SERIE GEOMETRICA CONVERGE Y DE SER ASI DETERMINAR SU VALOR.

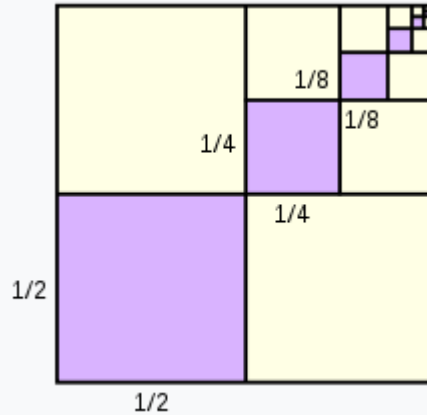
COMPETENCIA(S) ESPECÍFICA(S)(7)
Aplica series para aproximar la solución de integrales especiales.

COMPETENCIA(S) GENÉRICA(S)(8)
Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.

REQUERIMIENTOS

FÓRMULAS/TÉCNICAS/PROCESOS/PROCEDIMIENTOS (9)

Para sumas finitas, véase [progresión geométrica](#).



Cada uno de los cuadrados púrpuras tiene $1/4$ del área del cuadrado anterior más grande ($1/2 \times 1/2 = 1/4$, $1/4 \times 1/4 = 1/16$, etc.). La suma de las áreas de los cuadrados púrpuras es $1/3$ del área de todo el cuadrado grande.

En **matemáticas**, una **serie geométrica** es una **serie** en la cual la **razón** entre sus **términos sucesivos** permanece constante.

Por ejemplo, la serie

$$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots + 1/2^n$$

es geométrica, pues cada término sucesivo se obtiene al multiplicar el anterior por $1/2$.

Determinar la serie de los términos de la sucesión

$$a_n = 5 \cdot 18^{n-1}, \quad n \geq 1$$

RECURSOS MATERIALES (10)

Cuderno de trabajo
Lápiz
Goma

RECURSOS TÉCNICOS/TECNOLÓGICOS (11)

CALCULADORA
COMPUTADORA
Matlab o Geogebra

MARCO TEÓRICO (12)

Los términos de una serie geométrica forman una progresión geométrica, es decir que la razón entre términos sucesivos permanece constante.

El comportamiento de los términos depende de la razón común r :

- Si $r < 1$ los términos decrecen y se acercan a cero en el límite. En tal caso, la serie converge.
- Si $r > 1$ los términos de la serie se incrementan en magnitud. La suma de los términos también aumenta y la serie no tiene suma. La serie diverge.

La suma de una serie geométrica será finita siempre y cuando los términos se aproximen a cero; a medida que se acercan al cero, las cantidades se vuelven insignificamente pequeñas, permitiendo calcular la suma sin importar el hecho que la serie sea infinita. La suma puede ser obtenida utilizando las propiedades [auto similares](#) de la serie.

Fórmula

Para r diferente de 1, la suma de los primeros $n + 1$ términos de una serie geométrica es:

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n = \text{suma} = ar^k = a \left(\frac{1 - r^{n+1}}{1 - r} \right)$$

donde a es el primer término de la serie y r la razón común.

DESARROLLO (13)

RESULTADOS (14)

CONCLUSIONES (15)

FUENTE(S) DE INFORMACIÓN (16)

<https://www.matesfacil.com/ESO/progresiones/sucesion-geometrica-formulas-ejemplos-problemas-resueltos.html>

Biblioteca virtual TecNM.
Calculo I, Ron Larson, ed. Mc Graw Hill, octava edicion

NOMBRE Y FIRMA DEL DOCENTE (17)
Ing. Barrera Ramírez Juan Carlos.

EVALUACIÓN (18)