

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA  
ASIGNATURA DE CALCULO  
VECTORIAL**

# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>3</b>
<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>4</b>
OBJETIVO GENERAL.....	4
OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	4
<b>REGLAMENTO PARA LABORATORIOS DE COMPUTO.....</b>	<b>5</b>
<b>NORMAS GENERALES DE SEGURIDAD.....</b>	<b>6</b>
<b>PRACTICA 1 “CARACTERISTICAS DE UN VECTOR” .....</b>	<b>8</b>
<b>PRACTICAS 2 “ECUACIONES PARAMETRICAS Y SU APLICACIÓN A UN EJEMPLO FISICO” .....</b>	<b>19</b>
<b>PRACTICA 4 “GRADIENTE DE UNA FUNCION” .....</b>	<b>30</b>
<b>PRACTICA 5 “CALCULO DE UN AREA CON INTEGRALES DOBLES” .....</b>	<b>36</b>

## INTRODUCCIÓN

El presente manual es la recopilación de las prácticas correspondientes a la asignatura de Calculo Vectorial, dichas prácticas están diseñadas para permitir que los estudiantes desarrollen sus habilidades y adquieran conocimientos. Es importante mencionar que la asignatura de Calculo Vectorial permite a los estudiantes de Ingeniería Industrial desarrollar la capacidad de aplicar los principios y técnicas básicas del cálculo vectorial para resolver problemas de ingeniería del entorno.

Es por ello por lo que, se plantean prácticas estructuradas y organizadas acerca de los diversos temas que abarca dicha asignatura, tales como, ecuaciones paramétricas de algunas curvas planas y su representación gráfica., ecuaciones paramétricas de algunas curvas planas y su representación gráfica, curvas planas y graficación en coordenadas polares., entre muchos otros temas que contribuyen fuertemente a la formación del Ingeniero Industrial.

Se pretende que las prácticas recopiladas en el presente documento sean útiles para que los estudiantes de Ingeniería Industrial apliquen sus conocimientos previos en una situación planteada y bajo los requerimientos solicitados, es decir, el desarrollo de las prácticas es una forma de acercar a los estudiantes a un ambiente laboral, con situaciones que se presentan en muchas empresas y lo que se espera es que sean capaces de analizar la información proporcionada, plantear soluciones y desarrollar los métodos o técnicas que mejor se amolden al planteamiento de la práctica, según el tema que se esté abarcando. Por ello, es de suma importancia, contar con las herramientas tecnológicas y habilidades prácticas en los laboratorios pertinentes donde se desarrollan.

# OBJETIVOS

## OBJETIVO GENERAL

Llevar a cabo las prácticas correspondientes a la asignatura de Calculo Vectorial para que el estudiante de Ingeniería Industrial desarrolle las competencias específicas y aplique el conocimiento teórico aprendido en el Tecnológico de Estudios Superiores de Chalco.

## OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Resolver ejercicios que permitan al estudiante el dominio procedimental asociado a los contenidos de este tema.
- Utilizar TIC's para la representación geométrica de curvas planas.
- Establecer las ecuaciones paramétricas correspondientes a un conjunto de curvas en el espacio.
- Utilizar TIC's para graficar diferentes tipos de superficies en el espacio y con estas gráficas se estudiará su continuidad y el valor de los límites utilizando diferentes trayectorias, para discutir la existencia de un límite.
- Elaborar un modelo físico para determinar las ecuaciones de las superficies involucradas en su construcción.

# REGLAMENTO PARA LABORATORIOS DE COMPUTO

## REGLAMENTO DE ALUMNOS Y ALUMNAS PARA LOS LABORATORIOS DE COMPUTO EN EL TESCHA

Dentro de los diferentes Planes de Estudio que ofrece la institución, es necesario el uso de laboratorios de computo, los cuales tanto Maestros como Estudiantes tenemos el deber de mantener en condiciones optimas de operación. Para esto, se establece el siguiente REGLAMENTO que deberá ser observado con carácter obligatorio. Además, es importante que el profesor y profesora verifique y constate las condiciones en las cuales recibe el laboratorio; levantando un reporte en caso de identificar alguna anomalía, dicho reporte deberá ser entregado al Jefe de División y al encargado en turno de las instalaciones.

### Puntos Especificos

1. No fumar ni introducir ningún tipo de alimento, bebida o golosina (agua, chicles, paleta, etc.).
2. El profesor o la profesora deberán establecer en cada práctica, un listado donde le sea posible identificar "nombre del alumno con el Numero de equipo asignado".
3. En caso de que algún alumno o alumna provoque daño al equipo, el profesor se encargará de dar seguimiento hasta que se cubra lo antes posible, los costos generados de la reparación.  
Aplica también dicha responsabilidad en cualquier daño a las instalaciones en general.
4. No utilizar el equipo para programas de juego, chat o de entretenimiento.
5. Prohibido instalar software diferente a los autorizados por la institución.
6. El profesor o la profesora deberán analizar cualquier dispositivo externo (dispositivo USB, tarjetas de memoria, HD externo, etc.) antes de conectarlo al equipo. Lo anterior para evitar la infección de virus informático.
7. Queda prohibido el acceso al laboratorio de alumnos y alumnas, sin ir acompañados por el profesor de la materia.
8. Queda estrictamente prohibido desconectar cables RJ45 (cables de red) tanto del enlace de internet como al equipo de cómputo.
9. No abrir paginas de ocio las cuales están prohibidas (Facebook, YouTube, mega, Netflix, entre otras).
10. Dirigirse a centro de cómputo cuando solicite internet, así mismo avisar cuando ya no lo necesite.

### Antes y durante la práctica, es responsabilidad del alumno y alumna:

1. Revisar el equipo antes de iniciar la sesión e informar a su docente en caso de notar a algún desperfecto o falta de equipo (mouse, teclado, cable, etc.).
2. Revisar el equipo después de iniciar la sesión e informar cualquier irregularidad que note; específicamente en el software instalado en el equipo.
3. Cualquier alteración a los parámetros de configuración del equipo (BIOS o sistema operativo) deberá ser autorizado y regulado por el profesor o la profesora correspondiente. Al final de la práctica, será obligatorio, mantener la configuración original.
4. Al término de la práctica, cierre todas las aplicaciones y apagar el equipo, dejando listo el equipo para que sea utilizado en la práctica siguiente.
5. Guardar información o los resultados de la practica en medios extraíbles (discos, cd, USB, etc.).
6. Al término de la práctica, se procederá al acomodo de sillas, mesas y equipo de manera adecuada.
7. Al termino de la práctica, no olvidar objetos personales en el laboratorio.
8. Desocupar el laboratorio 10 o 5 minutos antes de concluir su clase.

**Nota: El incumplimiento de este reglamento está sujeto a sanciones tanto administrativas como académicas.**



## **NORMAS GENERALES DE SEGURIDAD.**

- Lea este manual por completo para un óptimo desempeño.
- Coloque el equipo en una zona libre de humedad.
- Verifique que la iluminación del salón o edificio sea la adecuada.
- No raye, pinte o maltrate la superficie de la mesa.
- No esté jugando con el interruptor de alimentación.
- Evite estar jugando con el equipo de cómputo.
- Use adecuadamente cada uno de los accesorios.
- Verifique que la alimentación eléctrica esté debidamente controlada.
- No tome o coma alimentos sobre las estaciones.
- Apague adecuadamente el equipo de cómputo.
- No raye, pinte o maltrate los monitores.
- No esté jugando ni golpeando el soporte del teclado/mouse.
- No desconecte el equipo mientras se encuentre funcionando.
- No doble excesivamente los cables de alimentación y extensiones
- Si no va a utilizar el equipo durante un periodo largo, por ejemplo, en vacaciones, desconecte el cable de alimentación.

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA  
ASIGNATURA CALCULO VECTORIAL**

**PRESENTACIÓN DE PRÁCTICAS DE TALLER O LABORATORIO**

	<b>INGENIERÍA INDUSTRIAL</b> <b>PRÁCTICA No. 1</b>	
---	---	---

DATOS GENERALES	
ASIGNATURA (1) CALCULO VECTORIAL	
TÍTULO DE LA PRÁCTICA (2) <b>PRACTICA 1 “CARACTERISTICAS DE UN VECTOR”</b>	
DOCENTE (3) ING. BARRERA RAMIREZ JUAN CARLOS	
ESTUDIANTE(S) (4) <b>Escribir nombre de los integrantes.</b>	FECHA (5)

<b>OBJETIVO DE LA PRÁCTICA (6)</b> Determinar las características de un vector y su interpretación física y geométrica.	
<b>COMPETENCIA(S) ESPECÍFICA(S)(7)</b> Conoce y desarrolla las propiedades de las operaciones con vectores para resolver problemas de aplicación en las diferentes áreas de ingeniería. Determina ecuaciones de rectas y planos del entorno para desarrollar la capacidad de modelado matemático.	<b>COMPETENCIA(S) GENÉRICA(S)(8)</b> Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.

<b>REQUERIMIENTOS</b>
<b>FÓRMULAS/TÉCNICAS/PROCESOS/PROCEDIMIENTOS (9)</b>  El ángulo que forman dos vectores $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ viene dado por la expresión:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

La expresión en función de sus coordenadas es

$$\cos \alpha = \frac{u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

Hallar el ángulo comprendido entre los vectores  $\vec{u} = (3, 0)$  y  $\vec{v} = (5, 5)$

Y representarlos en una grafica utilizando una aplicación tecnológica.

Para determinar una aplicación en la vida diaria.

RECURSOS MATERIALES (10)

Hoja de papel  
Lápiz  
Libro de texto

RECURSOS TÉCNICOS/TECNOLÓGICOS (11)

CALCULADORA  
COMPUTADORA  
GeoGebra

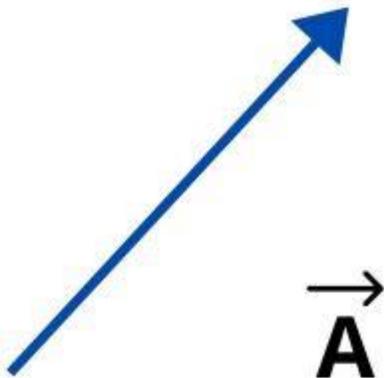
## MARCO TEÓRICO (12)

En física, se llama vector a un segmento de recta en el espacio que parte de un punto hacia otro, es decir, que tiene dirección y sentido. Los vectores en física tienen por función expresar las llamadas magnitudes vectoriales.

El término vector proviene del latín *vector*, *vectoris*, cuyo significado es 'el que conduce', o 'el que transporta'.

Los vectores se representan gráficamente con una flecha. Asimismo, cuando deben ser expresados en una fórmula, se representan con una letra coronada por una flecha.

### Ejemplo 1:



### Ejemplo 2:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C}$$

### Magnitudes vectoriales

Las magnitudes vectoriales son aquellas magnitudes que, además de representarse con un número y una unidad, requieren también ser expresadas en el espacio con una dirección y un sentido, es decir, con un vector. Esto las distingue de las magnitudes escalares, las cuales solo requieren un número y una unidad. Son **ejemplos** de magnitudes vectoriales los siguientes:

velocidad;

desplazamiento;

aceleración;

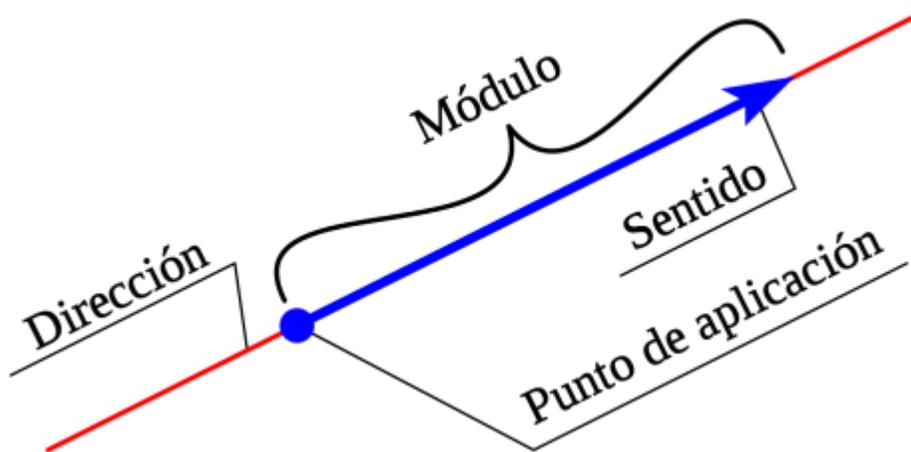
impulso;

fuerza;

peso;  
potencia;  
campo eléctrico;  
campo magnético;  
campo gravitatorio;  
energía térmica;  
torque;  
*momentum*.

### Características de los vectores

Los componentes de los vectores que definen sus características son los siguientes:



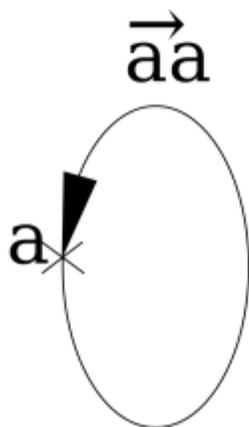
**Módulo o magnitud:** se refiere a la longitud o amplitud del vector o segmento de recta.

**Dirección:** se refiere a la inclinación que posee el vector con respecto a un eje horizontal imaginario, con el cual forma un ángulo.

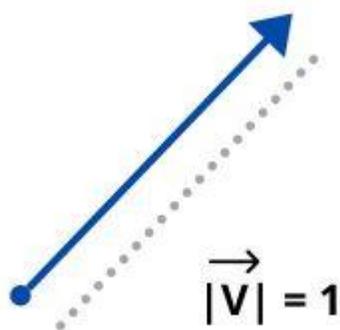
**Sentido:** se refiere a la orientación del vector, indicado por la cabeza de la flecha del vector.

Tipos de vectores

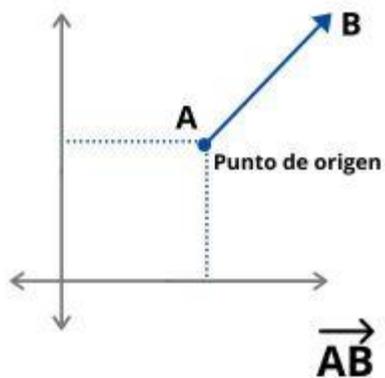
**Vectores nulos:** son aquellos donde origen y extremo coinciden y, por lo tanto, el módulo o magnitud es igual a 0. Por ejemplo:



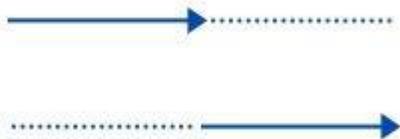
**Vectores unitarios:** son aquellos cuyo módulo es igual a 1. Por ejemplo:



**Vectores fijos:** son aquellos que expresan un punto de origen además de un extremo, el cual está determinado en un punto fijo del espacio. Suelen usarse, por ejemplo, para expresar la fuerza aplicada sobre dicho punto. Para representarlos, se dice que el punto de origen es A y el extremo es B. Por ejemplo:



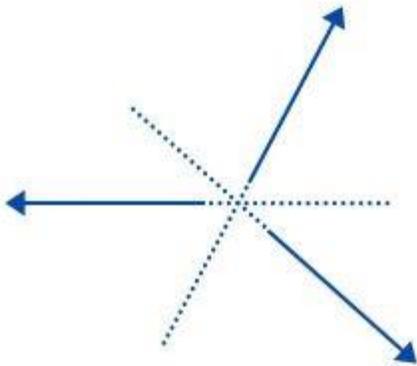
**Vectores paralelos:** están situados en rectas paralelas, pero poseen un mismo sentido o contrario. Por ejemplo:



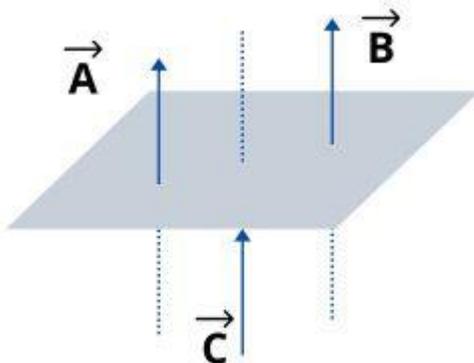
**Vectores opuestos:** se caracterizan por tener la misma dirección y magnitud, pero su sentido es opuesto. Por ejemplo:



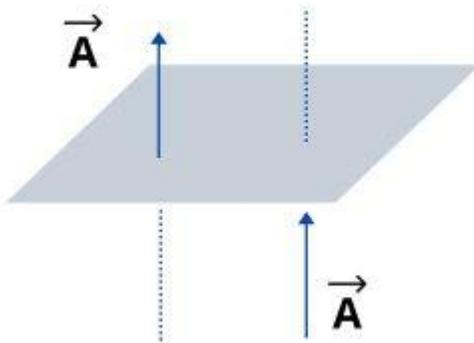
**Vectores concurrentes o angulares:** son aquellos cuyas líneas de acción pasan por el mismo punto, es decir, se intersecan. Por ejemplo:



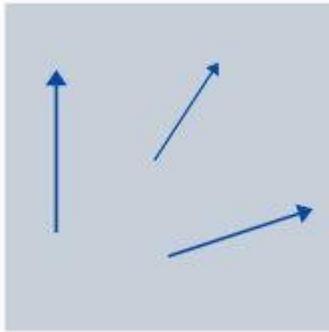
**Vectores libres:** son aquellos vectores cuyo punto de aplicación es indeterminado y, por lo tanto, libre. Por ejemplo:



**Vectores equipolentes o iguales:** son aquellos vectores con igual módulo, dirección y sentido. Por ejemplo:



**Vectores coplanarios:** son aquellos que están en un mismo plano. Por ejemplo:



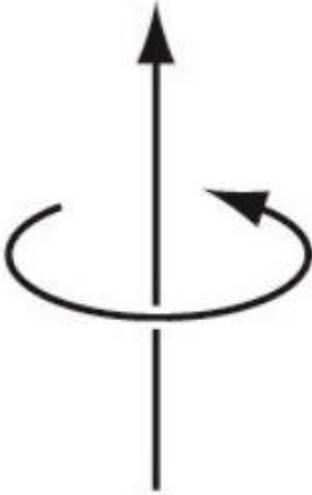
**Vectores colineales:** sus líneas de acción se encuentran sobre una misma recta. Por ejemplo:



**Vectores axiales o pseudovectores:** son los que están ligados a efectos de giro. La dirección señala el eje de rotación del segmento. Por ejemplo:

#### Vector en matemática

En matemática, en el área de cálculo vectorial, vector es un segmento de recta orientado, que depende de un sistema de coordenadas, en el cual se puede llevar un importante número de operaciones, como suma, resta, descomposición, ángulo entre dos vectores, etc.



#### DESARROLLO (13)

Colocar el ejemplo de una aplicación de los vectores en la vida diaria.  
Colocar dibujos, graficas, fotografías, etc.

#### RESULTADOS (14)

Colocar el resultado o conclusión del ejemplo que se colocó en el punto anterior...

#### CONCLUSIONES (15)

individuales

cada integrante coloca su conclusión.

--

FUENTE(S) DE INFORMACIÓN (16)

<https://es.wikipedia.org/wiki/Vector>

Biblioteca virtual TecNM.

Calculo II, Ron Larson, Mc Graw Hill, octava edición.

<p>NOMBRE Y FIRMA DEL DOCENTE (17) Ing. Barrera Ramírez Juan Carlos.</p>	<p>EVALUACIÓN (18)</p>
--	------------------------

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA  
ASIGNATURA CALCULO VECTORIAL**

**PRESENTACIÓN DE PRÁCTICAS DE TALLER O LABORATORIO**

	<b>INGENIERÍA INDUSTRIAL</b> <b>PRÁCTICA No. 2</b>	
---	---	---

DATOS GENERALES	
ASIGNATURA (1) CALCULO VECTORIAL	
TÍTULO DE LA PRÁCTICA (2) <b>PRACTICAS 2 “ECUACIONES PARAMETRICAS Y SU APLICACIÓN A UN EJEMPLO FISICO”</b>	
DOCENTE (3) ING. BARRERA RAMIREZ JUAN CARLOS	
ESTUDIANTE(S) (4)	FECHA (5)

OBJETIVO DE LA PRÁCTICA (6) DETERMINAR LAS ECUACIONES PARAMETRICAS E INTERPRETARLAS EN EL CONTEXTO DEL ALUMNO.	
COMPETENCIA(S) ESPECÍFICA(S)(7) Establece ecuaciones de curvas planas, en coordenadas rectangulares, polares, o en forma paramétrica, para brindarle herramientas necesarias para el estudio de curvas más sofisticadas.	COMPETENCIA(S) GENÉRICA(S)(8) Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.

REQUERIMIENTOS	
FÓRMULAS/TÉCNICAS/PROCESOS/PROCEDIMIENTOS (9)  Trace la gráfica de la curva que tenga el conjunto indicado de ecuaciones paramétricas:  $a) x = \sqrt{t}, y = 5 - t; t \geq 0$ así como realizar la grafica y su interpretación física.	
RECURSOS MATERIALES (1)	RECURSOS TÉCNICOS/TECNOLÓGICOS (11)

<p>Cuaderno Lápiz Pluma goma</p>	<p>CALCULADORA COMPUTADORA GEOGEBRA</p>
--	---

### MARCO TEÓRICO (12)

**Ecuaciones paramétricas.** Sistema de ecuaciones paramétricas permite representar una curva o superficie en el plano o en el espacio, mediante valores que recorren un intervalo de números reales, mediante una variable, llamada parámetro, considerando cada coordenada de un punto como una función dependiente del parámetro.

Un ejemplo simple de la cinemática, es cuando se usa un parámetro de tiempo ( $t$ ) para determinar la posición y la velocidad de un móvil.

En el caso de una función real de una variable real,  $y = f(x)$ , en algunos casos es preferible, tratándose del par ordenado  $(x,y)$ , expresar cada una de las coordenadas como una función; esto es  $x = g(t)$ ,  $y = h(t)$ . De tal manera que a  $t$  se le denomina **parámetro** y al sistema formado por  $x = g(t)$ ,  $y = h(t)$  se denomina **ecuaciones paramétricas** de la función. Extendiendo este concepto para el caso de curvas se puede hablar que las ecuaciones  $x = g(t)$ ,  $y = h(t)$  definen una curva recorriendo algún intervalo de números reales.

- Las ecuaciones paramétricas  $x = 2t - 5$ ,  $y = 4t - 7$ , que corresponden a la recta de ecuación  $y = 2x + 3$ .
- Las de la cicloide son  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ ; siendo  $a$  el radio de la circunferencia rodante sin resbalamiento por una recta horizontal;  $t$  el ángulo central de la circunferencia, cuyo uno de los lados pasa por un punto de la cicloide y el otro, por el punto de contacto de la circunferencia con la recta donde rueda.

### DESARROLLO (13)

RESULTADOS (14)

CONCLUSIONES (15)

FUENTE(S) DE INFORMACIÓN (16)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n\\_param%C3%A9trica](https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_param%C3%A9trica)

Biblioteca virtual TecNM.

Calculo II, Ron Larson, Mc Graw Hill, octava edición.

NOMBRE Y FIRMA DEL DOCENTE (17)

EVALUACIÓN (18)

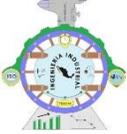
Ing. Barrera Ramírez Juan Carlos.	
-----------------------------------	--

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA  
ASIGNATURA CALCULO VECTORIAL**

**PRESENTACIÓN DE PRÁCTICAS DE TALLER O LABORATORIO**

	<b>INGENIERÍA INDUSTRIAL</b> <b>PRÁCTICA No. 3</b>	
---	---	---

DATOS GENERALES	
ASIGNATURA (1) CALCULO VECTORIAL	
TITULO DE LA PRACTICA (2) PRACTICA 3 “LONGITUD DE ARCO”	
DOCENTE (3) ING. BARRERA RAMIREZ JUAN CARLOS	
ESTUDIANTE(S) (4)	FECHA (5)

<b>OBJETIVO DE LA PRÁCTICA (6)</b>  DETERMINAR UNA APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES VECTORIALES.	
<b>COMPETENCIA(S) ESPECÍFICA(S)(7)</b> Establece ecuaciones de curvas en el espacio en forma paramétrica, para analizar el movimiento curvilíneo de un objeto, así como contribuir al diseño de elementos que involucren curvas en el espacio	<b>COMPETENCIA(S) GENÉRICA(S)(8)</b> Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.

REQUERIMIENTOS	
<b>FÓRMULAS/TÉCNICAS/PROCESOS/PROCEDIMIENTOS (9)</b> 1) Hallar la longitud del arco de curva $y = \ln(\cos x)$ comprendido entre los valores $x = 0$ y $x = \pi/2$  2) Hallar la longitud del arco de curva de la función $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  Represente los resultados utilizando una aplicación grafica.	
RECURSOS MATERIALES (10)	RECURSOS TÉCNICOS/TECNOLÓGICOS (11)

Cuaderno de trabajo  
Lápiz  
Goma

CALCULADORA  
COMPUTADORA  
Matlab o Geogebra

## MARCO TEÓRICO (12)

La longitud de arco de una curva, también llamada rectificación de una curva, es la medida de la distancia o *camino recorrido* a lo largo de una curva o dimensión lineal. Históricamente, ha sido difícil determinar esta longitud en segmentos irregulares; aunque fueron usados varios métodos para curvas específicas, la llegada del cálculo trajo consigo la fórmula general para obtener soluciones cerradas para algunos casos.

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

Formula General

La longitud de una curva plana se puede aproximar al sumar pequeños segmentos de recta que se ajusten a la curva, esta aproximación será más ajustada entre más segmentos sean y a la vez sean lo más pequeño posible. , escogiendo una familia finita de puntos en C, y aproximar la longitud mediante la longitud de la poligonal que pasa por dichos puntos. Cuantos más puntos escojamos en C, mejor seria el valor obtenido como aproximación de la longitud de C.

(VER IMAGEN 1.0)

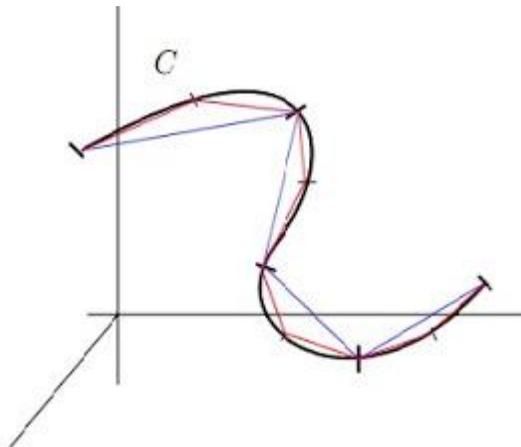


Imagen 1.0

Si la primera derivada de una función es continua en  $[a,b]$  se dice que es suave y su gráfica es una curva suave.  
(VER IMAGEN 2.0)

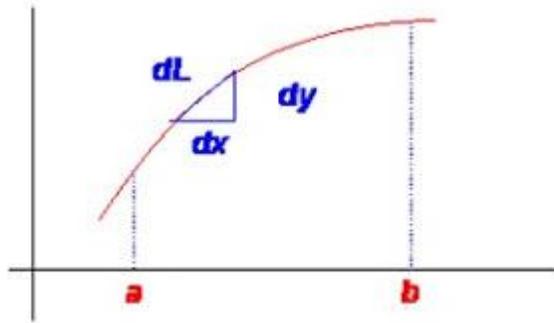


Imagen 2.0

Cuando la curva es suave, la longitud de cada pequeño segmentos de recta se puede calcular mediante el teorema de Pitágoras  $(dL)^2=(dx)^2+(dy)^2$ .

Si  $f$  es suave en  $[a,b]$ , la longitud de la curva de  $f(x)$  desde  $a$  hasta  $b$  es:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

DESARROLLO (13)

RESULTADOS (14)

CONCLUSIONES (15)

FUENTE(S) DE INFORMACIÓN (16)

[https://calculo.cc/temas/temas\\_bachillerato/segundo\\_ciencias/integral\\_defi/problemas](https://calculo.cc/temas/temas_bachillerato/segundo_ciencias/integral_defi/problemas)

Varberg, Rigdon%5DCalculo/%5BPurcell, Varberg, Rigdon%5DCalculo\_cap3.pdf

Biblioteca virtual TecNM.

Calculo II, Ron Larson, ed. Mc Graw Hill, octava edición

NOMBRE Y FIRMA DEL DOCENTE (17)

Ing. Barrera Ramírez Juan Carlos.

EVALUACIÓN (18)

--	--

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA  
ASIGNATURA CALCULO VECTORIAL**

**PRESENTACIÓN DE PRÁCTICAS DE TALLER O LABORATORIO**

	<b>INGENIERÍA INDUSTRIAL</b> <b>PRÁCTICA No. 4</b>	
---	---	---

DATOS GENERALES	
ASIGNATURA (1) CALCULO VECTORIAL	
TITULO DE LA PRACTICA (2) <b>PRACTICA 4 “GRADIENTE DE UNA FUNCION”</b>	
DOCENTE (3) ING. BARRERA RAMIREZ JUAN CARLOS	
ESTUDIANTE(S) (4)	FECHA (5)

<b>OBJETIVO DE LA PRÁCTICA (6)</b>  DETERMINAR EL GRADIENTE DE UNA FUNCION E INTERPRETARLO FISICAMENTE.	
<b>COMPETENCIA(S) ESPECÍFICA(S)(7)</b> Aplica los principios del cálculo de funciones de varias variables para resolver y optimizar problemas de ingeniería del entorno, así como para mejorar su capacidad de análisis e interpretación de leyes físicas.	<b>COMPETENCIA(S) GENÉRICA(S)(8)</b> Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.

REQUERIMIENTOS	
<b>FÓRMULAS/TÉCNICAS/PROCESOS/PROCEDIMIENTOS (9)</b> DETERMINAR EL VECTOR GRADIENTE DE LA FUNCION  Un alpinista se encuentra en lo alto de una montaña y observa que en dirección este la pendiente de la montaña es de $-0.5$ , observa que en dirección norte la pendiente es de $-0.25$ , bajo estas condiciones el alpinista tiene que definir una dirección para tener el descenso más rápido.  Determina la dirección para que el alpinista logre su objetivo. Realiza una grafica y representa el vector gradiente.	
RECURSOS MATERIALES (10)	RECURSOS TÉCNICOS/TECNOLÓGICOS (11)

Cuaderno de trabajo  
Lápiz  
Goma  
Papel milimétrico

CALCULADORA  
COMPUTADORA  
Matlab o Geogebra

## MARCO TEÓRICO (12)

**Gradiente de una función.** Es el vector cuyas proyecciones sobre los ejes de coordenadas son las correspondientes [derivadas parciales](#) de dicha [función](#).

Recibe el nombre de Gradiente de una función  $z = f(x,y)$ , un vector cuyas proyecciones sobre los ejes de coordenadas son las correspondientes derivadas parciales de dicha función.

Asimismo, hay que indicar que se trata de un tecnicismo que se creó en el ámbito de la Física.

También es interesante saber que dentro del sector físico es muy habitual hablar de Laplaciano, que viene a ser la divergencia del gradiente.

La noción de **gradiente** se emplea en el ámbito de la **física** para hacer referencia a la **razón existente entre el cambio del valor de una magnitud en dos puntos y la distancia que se registra entre ellos**.

Partiendo de esta idea, el concepto se utiliza en múltiples ámbitos. El gradiente puede ser la **diferencia de intensidad** de una energía o de un **efecto** en dos momentos o puntos distintos.

El **gradiente de concentración**, en este marco, es la magnitud que refleja en qué proporción y dirección se produce la modificación más importante en la concentración de un soluto que se halla disuelto en una solución que no es homogénea. Se trata, en otras palabras, de una diferencia de concentración.

Si nos centramos en las membranas de las células, el gradiente de concentración alude a la diferencia de concentración de iones que se encuentran en diferentes lugares de la membrana en cuestión.

El **gradiente de temperatura** o **gradiente térmico**, por otra parte, refiere al cambio de temperatura por unidad de distancia. Cuando se registra un gradiente de temperatura, se produce una transferencia de calor desde el cuerpo que se encuentra más caliente hacia el cuerpo que está más frío.

También existe el **gradiente de presión** o **gradiente barométrico**, que se produce por la diferencia de presión que se registra en un fluido. Lo habitual es que haga mención a la modificación de presión por unidad de profundidad. De la misma manera, también hay que subrayar que el término que nos ocupa se usa mucho dentro de lo que es el ámbito de las matemáticas. En ese caso, se emplea como sinónimo de una función de valor de tipo vectorial que, por tanto, es una función escalar.

En ese campo también se le conoce por el nombre de vector gradiente y que cuenta con características tales como que se llega a anular en lo que son los puntos de tipo estacionario y que pasa a ser de clase ortogonal en lo que respecta a las llamadas superficies equiescalares. Asimismo, hay que añadir el hecho de que apunta hacia la dirección en la que la derivada direccional es

máxima. Es interesante conocer que en pro de facilitar al máximo lo que es el cálculo de gradientes y de derivadas parciales existen calculadoras online que permiten llevar a cabo esas operaciones de forma rápida y con total exactitud.

Un gradiente, por último, es una **pendiente** o un **declive**. Puede tratarse de un desnivel que se genera por un cierto grado de inclinación. En este caso, el gradiente suele reflejar la relación que existe entre la distancia horizontal y la distancia vertical.

DESARROLLO (13)

RESULTADOS (14)

CONCLUSIONES (15)

FUENTE(S) DE INFORMACIÓN (16)

<https://definicion.de/gradiente/>

Varberg, Rigdon%5DCalculo/%5BPurcell, Varberg, Rigdon%5DCalculo\_cap3.pdf  
Biblioteca virtual TecNM.

Calculo II, Ron Larson, ed. Mc Graw Hill, octava edición

NOMBRE Y FIRMA DEL DOCENTE (17)

Ing. Barrera Ramírez Juan Carlos.

EVALUACIÓN (18)

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**



**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA  
ASIGNATURA CALCULO VECTORIAL**

**PRESENTACIÓN DE PRÁCTICAS DE TALLER O LABORATORIO**



**DATOS GENERALES**

ASIGNATURA (1) CALCULO VECTORIAL

TITULO DE LA PRACTICA (2)  
**PRACTICA 5 “CALCULO DE UN AREA CON INTEGRALES DOBLES”**

DOCENTE (3) ING. BARRERA RAMIREZ JUAN CARLOS

ESTUDIANTE(S) (4)

FECHA (5)

OBJETIVO DE LA PRÁCTICA (6)  
DETERMINAR EL VOLUMEN DE UNA FUNCION DE DOS VARIABLES UTILIZANDO INTEGRALES DOBLES.

COMPETENCIA(S) ESPECÍFICA(S)(7)  
Formula y resuelve integrales múltiples a partir de una situación propuesta, eligiendo el sistema de coordenadas más adecuado para desarrollar su capacidad para resolver problemas. Interpreta y determina las características de los campos vectoriales para su aplicación en el estudio de fenómenos físicos.

COMPETENCIA(S) GENÉRICA(S)(8)  
Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.

**REQUERIMIENTOS**

FÓRMULAS/TÉCNICAS/PROCESOS/PROCEDIMIENTOS (9)  
DETERMINAR EL AREA CON INTEGRALES DOBLES

Determinar el área mediante una integral de línea.

Determine el área de la región limitada por la hipocicloide que tiene la ecuación vectorial

$$r(t) = \cos^3 t \mathbf{i} + \sin^3 t \mathbf{j}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

La expresión del Teorema de Green es la siguiente:

$$\oint_C \vec{F} d\vec{r} = \int \int_R \left( \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} \right) dA$$

RECURSOS MATERIALES (10)

Cuaderno de trabajo  
Lápiz  
Goma  
Papel milimétrico

RECURSOS TÉCNICOS/TECNOLÓGICOS (11)

CALCULADORA  
COMPUTADORA  
Matlab o Geogebra

MARCO TEÓRICO (12)

El **teorema de Green** es un método de cálculo utilizado para relacionar integrales de línea con integrales dobles de área o superficie. Las funciones implicadas deben estar denotadas como campos vectoriales y definidas dentro de la trayectoria C.

Por ejemplo una expresión de integral de línea puede ser muy complicada de resolver; sin embargo al implementar el teorema de Green, las integrales dobles se vuelven bastante básicas. Es siempre importante respetar el sentido positivo de la trayectoria, esto se refiere al sentido contrario a las agujas del reloj.

El teorema de Green es un caso particular del teorema de Stokes, donde la proyección de la función vectorial se realiza en el plano xy.

La expresión del Teorema de Green es la siguiente:

$$\oint_C \vec{F} d\vec{r} = \int \int_R \left( \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} \right) dA$$

En el primer término se observa la integral de línea definida por la trayectoria "C", del producto escalar entre la función vectorial "F" y el del vector "r".

C : Es la trayectoria definida sobre la cual se proyectará la función vectorial siempre y cuando esté definida para ese plano.

F : Función vectorial, donde cada una de sus componentes está definida por una función como tal (f , g).

r : Es un vector tangente a la región R sobre la que se define la integral. En este caso se opera con un diferencial de este vector.

En el segundo término vemos el teorema de Green desarrollado, donde se observa la integral doble definida en la región R de la diferencia de las derivadas parciales de g y f, con respecto a x e y respectivamente. Por un diferencial de área que no es más que el producto de ambos diferenciales bidimensionales (dx.dy).

Este teorema es perfectamente aplicable para el espacio e integrales de superficie.

DESARROLLO (13)

RESULTADOS (14)

CONCLUSIONES (15)

FUENTE(S) DE INFORMACIÓN (16)

[https://www.u-cursos.cl/ingenieria/2012/1/MA2002/2/material\\_docente/bajar%3Fid\\_material%3D421601](https://www.u-cursos.cl/ingenieria/2012/1/MA2002/2/material_docente/bajar%3Fid_material%3D421601)  
Biblioteca virtual TecNM.  
Calculo II, Ron Larson, ed. Mc Graw Hill, octava edición

NOMBRE Y FIRMA DEL DOCENTE (17)  
Ing. Barrera Ramírez Juan Carlos.

EVALUACIÓN (18)

--	--